



HDP-16012103010200

Seat No. _____

M. Phil. (Sem. I) (CBCS) Examination

November / December – 2017

Philosophy

(Advance Math. Logic)

(New Course)

Time : $2\frac{1}{2}$ Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના : જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

૧ સાબિત કરો કે વાસ્તવિક સંખ્યાગણ R અગણ્ય છે. ૧૪

અથવા

૧ કેન્ટરનું પ્રમેય Card $M \leq$ Card $P(M)$ સાબિત કરો. ૧૪

૨ ગોડેલનું પરાગણિતશાસ્ત્રનું અંકગણિતીકરણ સમજાવો. ૧૪

અથવા

૨ સાબિત કરો કે, ૧૪

“જો કોઈ સંખ્યા સિદ્ધાંતવિષયક સ્વયંતમૂલક તંત્ર સુસંગત છે, તો $AP(P)$ પ્રમેય નથી. અને જો તે W -સુસંગત છે તો $\neg AP(P)$ પ્રમેય નથી.”

૩ શ્રાડર-બર્નેસ્ટીનનું પ્રમેય $(A \leq B) \cdot (B \leq A) \rightarrow A \cong B$ સાબિત કરો. ૧૪

અથવા

૩ વિધાનપરક તર્કશાસ્ત્રને અનુરૂપ રચાતા નીચેના સુગ્રથિત સૂત્રો માટેની ગોડેલ સંખ્યાઓ શોધો : ૧૪

(i) $(P \vee Q) \equiv (\sim R \vee \sim L)$

(ii) $[(P \vee Q) \supset R] \equiv \sim K$

(iii) $[(p \vee q) \vee r] \equiv [\sim r \vee (p \vee q)]$

- ૪ ગણ સિદ્ધાંતની સ્વયંતથ્યમૂલાત્મક પદ્ધતિ અને તેમાં CHની ધારણાની ભૂમિકા સ્પષ્ટ કરો. ૧૪

અથવા

- ૪ વિધેયપરક તર્કશાસ્ત્રને અનુરૂપ રચતા નીચેના સુગ્રથિત સૂત્રો માટેની ગોડેલ સંખ્યાઓ શોધો : ૧૪

(i) $[x](y)(Kxy \supset Lyx)$

(ii) $(\exists x)(\exists y)(Dxy \supset \sim Hxy)$

(iii) $(x)(\exists y)[(Lxy \cdot Mxy) \supset (x = y)]$

- ૫ ટૂંકનોંધ લખો : (કોઈ પણ બે) ૧૪

(a) એક-એક વિધેયની વ્યાખ્યા સમજાવો.

(b) વ્યાપ્ત વિધેયની વ્યાખ્યા સમજાવો.

(c) દ્વન્દ્વ શોધો : $(\exists x)(y)(Fx \vee \sim Dy)$

(d) દ્વન્દ્વ શોધો : $(x)(y)(\sim Hxy \vee \sim Sxy)$.

ENGLISH VERSION

Instruction : Figures at right indicate the full marks of the question.

- 1 Prove that the set of Real number R is uncountable. 14

OR

- 1 Prove Cantor's theorem.
Card $M \leq$ Card $P(M)$ 14

- 2 Explain Gödel's Arithmatization of Metamathematics. 14

OR

- 2 Prove that : 14
"If a number theoretic axiomatic system is consistent then $AP(P)$ is not consistent. And if it is W -consistent the $\neg AP(P)$ is not a theorem."

- 3** Prove that Schröder - Bernstein theorem : **14**
 $(A \leq B) \cdot (B \leq A) \rightarrow A \cong B$

OR

- 3** Prove the Gödel numbers for the well-formed formulae constructed corresponding to propositional logic. **14**

- (i) $(P \vee Q) \equiv (\sim R \vee \sim L)$
(ii) $[(P \vee Q) \supset R] \equiv \sim K$
(iii) $[(p \vee q) \vee r] \equiv [\sim r \vee (p \vee q)]$

- 4** Explain the set-theoretic axiomatic system and role of CH in it. **14**

OR

- 4** Find the Gödel - Numbers for the following well-formed formulae constructed corresponding to predicate logic : **14**

- (i) $[x](y)(Kxy \supset Lyx)$
(ii) $(\exists x)(\exists y)(Dxy \supset \sim Hxy)$
(iii) $(x)(\exists y)[(Lxy \cdot Mxy) \supset (x = y)]$

- 5** Write short notes : (any **two**) **14**

- (a) Explain the definition of one-one function
(b) Explain the definition of on-to function.
(c) Find dual : $(\exists x)(y)(Fx \vee \sim Dy)$
(d) Find dual : $(x)(y)(\sim Hxy \vee \sim Sxy)$.